

*Seminari Regionali formazione I.N.
Albenga 13 febbraio 2020*

Errori e difficoltà in matematica: un approccio costruttivista

Rosetta Zan
rosetta.zan@unipi.it

*Seminari Regionali formazione I.N.
Albenga 13 febbraio 2020*

**Le competenze STEM nella didattica:
indicazioni europee* e pratiche per un
approccio costruttivo
all'insegnamento / apprendimento**

RACCOMANDAZIONE DEL CONSIGLIO EUROPEO

del 22 maggio 2018, relativa alle competenze chiave per l'apprendimento permanente

IL CONSIGLIO DELL'UNIONE EUROPEA,

Visto il trattato sul funzionamento dell'unione europea, in particolare gli articoli 165 e 166,

vista la proposta della Commissione europea, considerando quanto segue:

(...)

7. Nell'economia della conoscenza, la memorizzazione di fatti e procedure è importante, ma non sufficiente per conseguire progressi e successi.

Abilità quali la capacità di risoluzione di problemi, il pensiero critico, la capacità di cooperare, la creatività, il pensiero computazionale, l'autoregolamentazione sono più importanti che mai nella nostra società in rapida evoluzione.

(...)

RACCOMANDAZIONE DEL CONSIGLIO EUROPEO

del 22 maggio 2018, relativa alle competenze chiave per
l'apprendimento permanente

3. Competenza matematica e competenza in scienze, tecnologie e ingegneria

A. La competenza matematica è la capacità di sviluppare e applicare il pensiero matematico per risolvere una serie di problemi in situazioni concrete. Svolgendo queste attività, si acquisiscono conoscenze, abilità e atteggiamenti fondamentali.

Partendo da questa definizione, si evidenziano i seguenti aspetti non cognitivi

La competenza matematica, l'accento è posto sugli aspetti del processo e dell'attività oltre che sulla conoscenza.

La competenza matematica comporta, a livello di abilità, la capacità di usare modelli matematici di pensiero e di azione (formule, modelli, costrutti, grafici, diagrammi) e la disponibilità a farlo.

Convinzioni, atteggiamenti, emozioni...

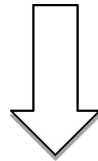
→ aspetti non cognitivi

COMPETENZE

Errori e difficoltà in matematica: un approccio costruttivista

La percezione degli insegnanti

- C'è una grossa frattura fra:
 - quello che insegniamo, o che siamo convinti di insegnare
 - quello che gli allievi effettivamente apprendono



gli ERRORI e quelle che ci appaiono come DIFFICOLTÀ
sono i segnali privilegiati di questa frattura

UNA GALLERIA DI ESEMPI

Attività

Per ognuna delle scene rispondete alla seguente domanda:
Quanto vi sembrano gravi i comportamenti o gli errori
(degli allievi) descritti?

	Molto grave	Abbastanza grave	Poco grave	Per niente grave
1. Johnnie				
2. Scenetra				
3. Federica				
4. Marco				
5. Azzurra				
6. Filippo				
7. Mattia				
8. Silvia				
9. Alessandro				
10. Tommaso				

Perché avete risposto così?

Scena 1: Johnnie

$$437 - 284 =$$

437-

284=

253

L'insegnante: "Hai dimenticato di sottrarre 1 da 4 nella colonna delle centinaia!"

Scena 2: Scenetra

$$34 + 9 = 43$$

$$34 + 11 =$$

‘La bambina è in grado di eseguire l’algoritmo della addizione, ma *non è in grado* di mettere in relazione fatti aritmetici’

Scena 3: Federica

La gita INVALSI, 2^a primaria, 2012-2013

Una classe di 9 maschi e 10 femmine, accompagnati dalla maestra Gianna e dalla maestra Luisa, sale sul pulmino per andare in gita.

Restano due posti liberi.

Quanti sono in tutto i posti a sedere per i viaggiatori sul pulmino?

A: 19

B: 21

C: 23

Federica sceglie la risposta B: 21

Scena 4: Marco

INVALSI, 5^a primaria, 2012-2013

D23. Quale dei seguenti numeri è più vicino a 100?

A. ☐ 100,010

B. ☐ 100,001

C. ☐ 99,909

D. ☐ 99,990

Marco sceglie la risposta D: 99,990

Scena 5: Azzurra

Trovare il perimetro di un rettangolo che ha la base di 12 cm e l'altezza di 8 cm.

Azzurra: 12×8

Ins.: 'Perché moltiplichi?'

Azzurra:

'Divido?'

Scena 6: Filippo

L'età del capitano

Su una nave ci sono 26 pecore e 10 capre;
quanti anni ha il capitano?

$$26 + 10 = 36$$

Scena 7: Mattia

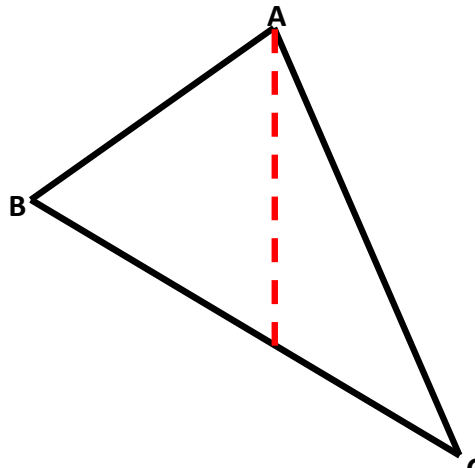
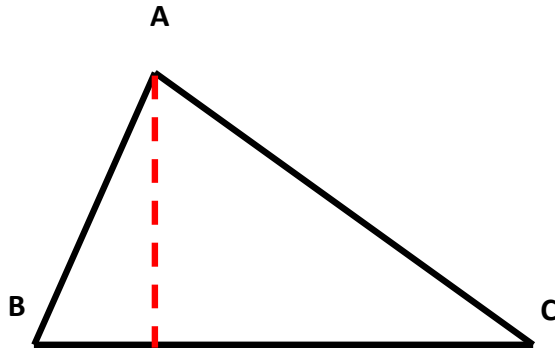
“In un bosco vengono piantati 425 alberi nuovi. Qualche anno dopo, vengono abbattuti i 217 alberi più vecchi. Nel bosco ci sono quindi 1063 alberi. Quanti alberi c'erano prima che venissero piantati quelli nuovi?” .

Mattia risolve così:

$$1063 + 217 = 1280 - 425 = 855$$

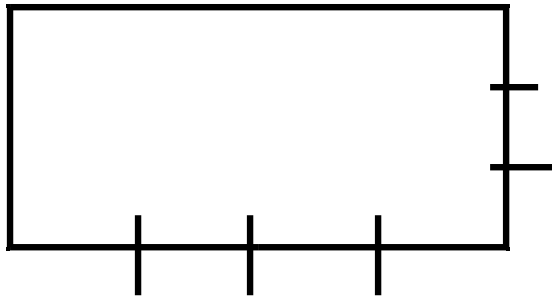
Scena 8: Silvia

Disegna l'altezza relativa al vertice A.



Scena 9: Alessandro

Trovare l'area di un rettangolo, sapendo che il perimetro è 126 cm, e l'altezza è $\frac{3}{4}$ della base.



...e non conclude

Scena 10: Tommaso

PROBLEMA

Tre operai impiegano 6 ore a fare un certo lavoro.

Quanto tempo impiegheranno 2 operai a fare lo stesso lavoro?

Tommaso (4^a primaria):

Non riesco a immaginare la scena perchè non so che lavoro fanno.

Attività

Per ognuna delle scene rispondete alla seguente domanda:
Quanto vi sembrano gravi i comportamenti o gli errori
(degli allievi) descritti?

- Poco
- Per niente
- Abbastanza
- Molto

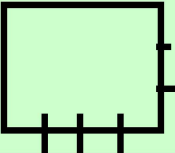
Perché?

1. Johnnie 437-
 284=
 253

3. Federica
INVALSI: La gita

5. Azzurra
“Divido?”

7. Mattia
 $1063+217=1280-425=855$

9. Alessandro 

2. Scenetra

$$34+9=43$$

$$3 + 11 =$$

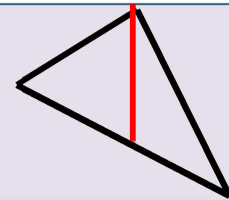
4. Marco

INVALSI: Quale numero è
più vicino a 100?

6. Filippo

L'età del capitano

8. Silvia



10. Tommaso

*“Non riesco a immaginare
la scena perchè non so che
lavoro fanno.”*

OSSERVAZIONI

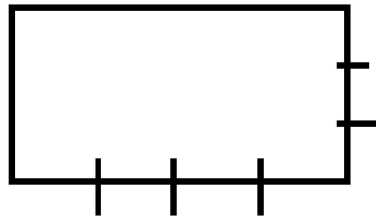
Il giudizio poggia su un'*interpretazione* dell'errore o della mancata risposta

Azzurra: “Divido?”

Grave *perché...*

- studio mnemonico non ragionato

Alessandro:



Grave *perché...*

- non riesce ad astrarre

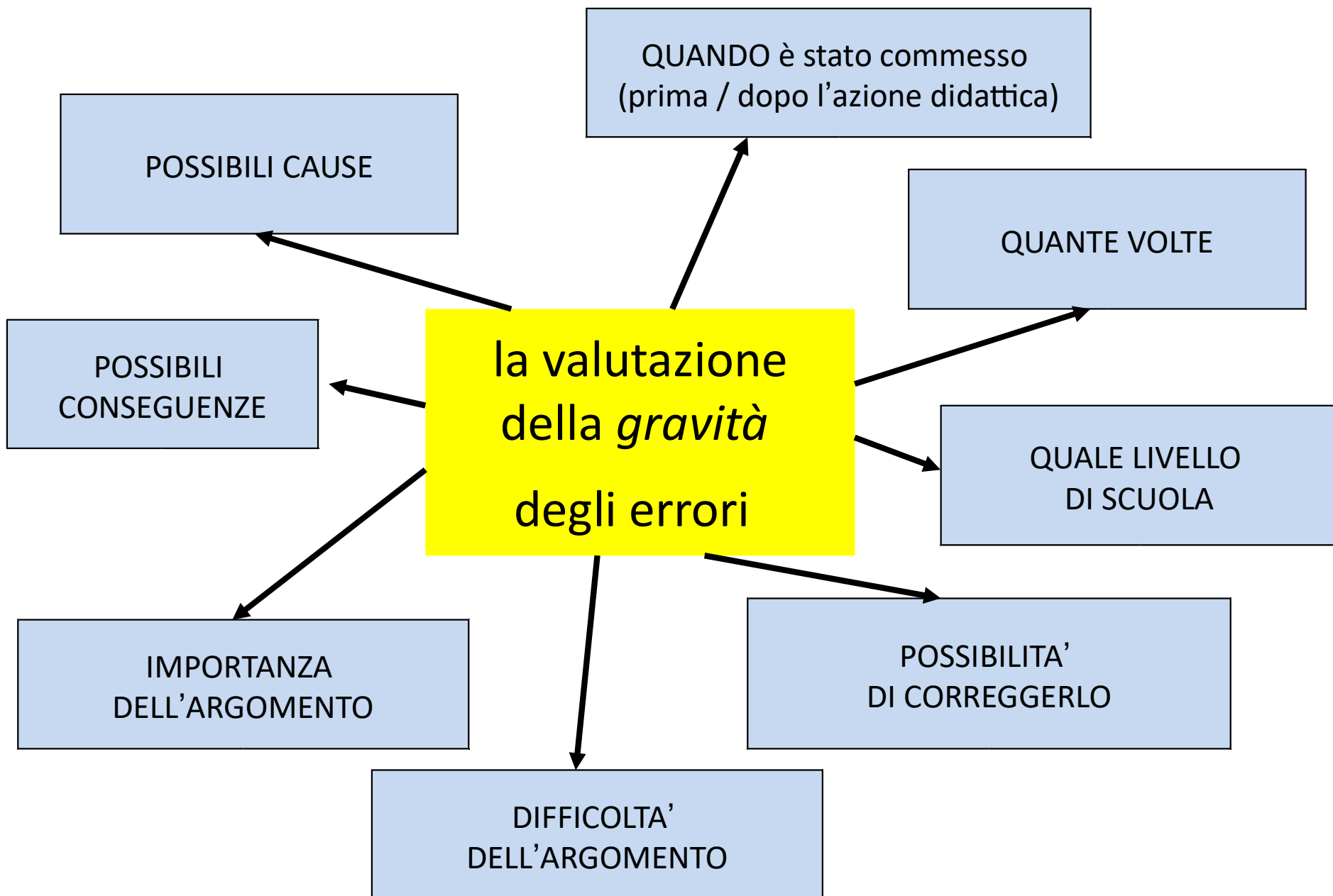
INTERPRETAZIONI

La stessa valutazione può poggiare su interpretazioni completamente diverse

Azzurra:

Grave *perché...*

- studio mnemonico non ragionato
- mancanza di concetto di perimetro
- dimostra che non sta ragionando ma sta rispondendo a caso
- dimostra chiaramente di non aver studiato





...dell'insegnante!

ERRORE = indicatore 'oggettivo'?

- In quale contesto è stato commesso l'errore?
- Chi ha costruito la 'verifica'?
- Chi ha stabilito gli obiettivi?
- Chi ha stabilito che l'esercizio proposto permette di riconoscere il raggiungimento degli obiettivi?
- Cosa c'è di oggettivo nei vincoli che si impongono o meno agli allievi? (tempo / numero di esercizi / uso dei testi, della calcolatrice...)



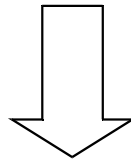
L'OGGETTIVITA' DELLA VALUTAZIONE

ASSUNZIONE DELLA RESPONSABILITÀ
DELLE PROPRIE SCELTE DIDATTICHE

l'interpretazione

è soggettiva

è importante che l'insegnante ne
sia consapevole



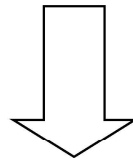
**e che sia disponibile a cambiare
interpretazione**

l'interpretazione

~~giusta / sbagliata~~

è un'ipotesi di lavoro

funziona / non funziona



- Non è portato
- Non ha caratteristiche
- Non s'impone
- Non ha caratterizzazione
- ...



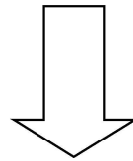
**è essenziale per dirigere
l'azione didattica**

l'interpretazione

~~giusta / sbagliata~~

è un'ipotesi di lavoro

funziona / non funziona



- Non è portato
- Non ha caratteristiche
- Non s'impone
- Non ha caratteristiche di astrazione
- ...



**un'interpretazione deve suggerire
l'azione didattica**

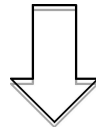
INTERPRETAZIONE



L'apprendimento come attività costruttiva

Modello COSTRUTTIVISTA

- supera il modello del 'travaso'
- la conoscenza è in gran parte *costruita* dal discente
- l'individuo è soggetto attivo che interpreta l'esperienza
- il bambino fin da piccolo costruisce *convinzioni* sul mondo degli oggetti fisici, degli organismi viventi, degli esseri umani...



teorie ingenuie

Modello COSTRUTTIVISTA

Howard Gardner (*Educare al comprendere*, 1991)

“Queste teorie o visioni del mondo sono utili e potenti. Esse consentono ai bambini di dare un senso almeno provvisorio alla maggior parte delle cose che incontrano nel mondo.

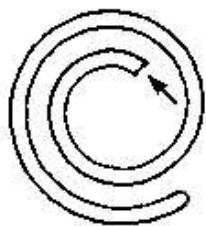
In parte questo loro potere è insidioso.

Infatti, dato che né i bambini stessi né gli adulti sono consapevoli di queste teorie, **una volta che comincia la scolarizzazione formale esse tendono a venire ignorate.**

Tuttavia, **anziché dissolversi** come avrebbero desiderato Piaget e certi altri educatori, le teorie intuitive restano potenti mezzi di conoscenza e **possono riemergere con forza (...).**’

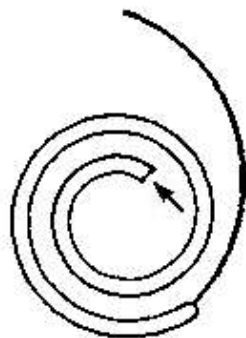
teorie ingenuie

→ Studi nel campo della fisica e dei processi decisionali



Prevedere il moto della pallina all'uscita del tubo

Anche studenti di fisica rispondono così:



Problema: La figura mostra un tubo metallico curvo visto dall'alto.
Una sfera metallica è inserita alla fine del tubo indicato dalla freccia ed è spinta dall'altra parte del tubo ad alta velocità. Il punto in cui fuoriesce la sfera ha coordinate $(2, -2)$ (la misura è in metri). La sfera esce nella direzione del vettore $3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$ con una velocità iniziale di 500 m/sec. Dare le coordinate della sfera un secondo dopo l'uscita dal tubo.



IL RUOLO DEL CONTESTO

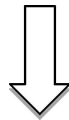
Implicazioni del modello costruttivista

L'errore è visto come momento inevitabile nella costruzione della conoscenza.

L'apprendimento richiede tempi lunghi.

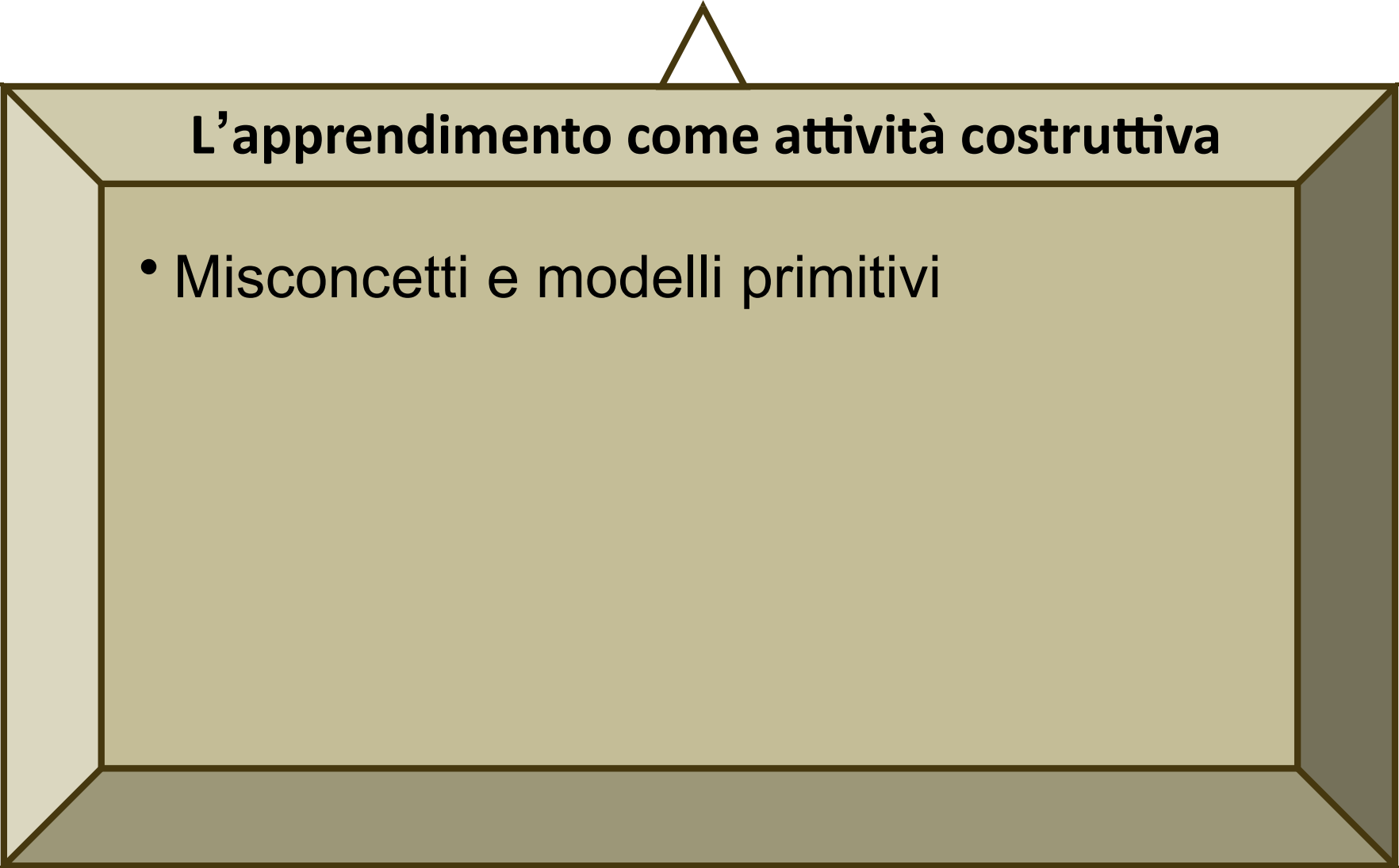
Il ruolo dell'insegnante è cruciale: deve creare occasioni per favorire il processo di costruzione della conoscenza.

L'allievo interpreta i messaggi dell'insegnante: l'errore può essere dovuto a un'interpretazione 'distorta' di tali messaggi.



MISCONCETTI

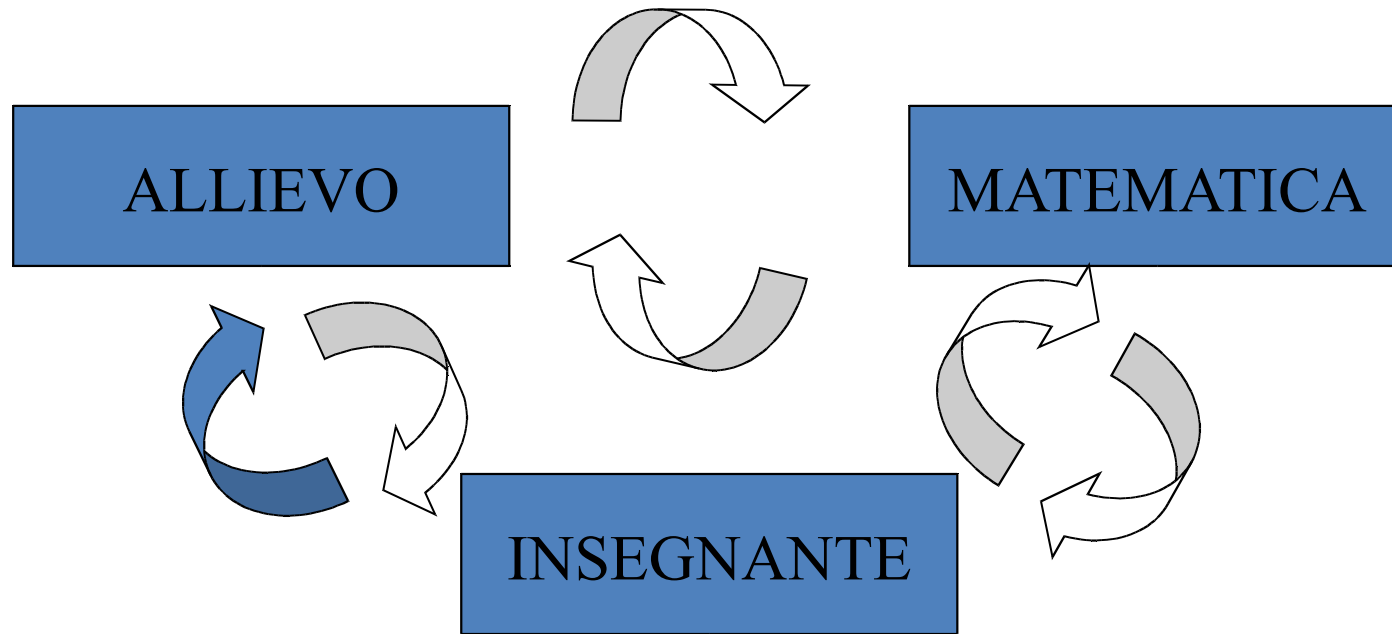
INTERPRETAZIONE



L'apprendimento come attività costruttiva

- Misconcetti e modelli primitivi

In contesto scolastico



L'allievo:

- interpreta i messaggi dell'insegnante alla luce delle proprie conoscenze, convinzioni, esperienze...



interpretazione 'distorta'

MISCONCETTI

L'allievo interpreta...**procedure**

Errori sistematici.

Molti allievi sbagliano...

...non perché applicano in modo scorretto procedure corrette

Ma perché applicano (in modo corretto) procedure scorrette

ESEMPIO 1

278-	352-	406-	543-	510-	1023-
135=	146=	219=	367=	238=	835 =
143	214	213	224	328	1812

Scena 1: Johnnie

$$437 - 284 =$$

437-

284=

253

L'insegnante: "Hai dimenticato di sottrarre 1 da 4 nella colonna delle centinaia!"

L'allievo interpreta... termini / simboli

- spigolo – rombo - altezza...
- le parentesi
- segno di uguale
- ...

Scena 7: Mattia

“In un bosco vengono piantati 425 alberi nuovi. Qualche anno dopo, vengono abbattuti i 217 alberi più vecchi. Nel bosco ci sono quindi 1063 alberi. Quanti alberi c'erano prima che venissero piantati quelli nuovi?” .

Mattia risolve così:

$$1063 + 217 = 1280 - 425 = 855$$

**Problema: Quanti giorni di vacanza
abbiamo avuto quest'estate?**

$$30-10 = 20+31 = 51+31 = 82+15 = 97$$

giugno

luglio

agosto

settembre

**"Secondo voi questo calcolo fatto da
due bambini di terza è giusto?"**

Una discussione in classe

CHE COSA SIGNIFICA IL SEGNO "=" IN MATEMATICA?

- INS: Cosa vuol dire "essere uguale a" , quel segno lì in matematica che significa?
- ILA: Vuol dire che viene il risultato.

- LUI: Tu per fare l'uguale devi fare prima l'operazione e poi devi fare l'uguale, così ti viene fuori il risultato.
- GIO: Uguale significa avere un risultato in un'operazione, in una moltiplicazione e così
- INS: E se io scrivo $8=8$ va bene?
- GIO: No, devi anche metterci +0 perché se no non si capisce...

...devi metterci anche qualcosa.

Alice

Alice, prima liceo classico:

$$x^2 = 3x - 2$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

Alice

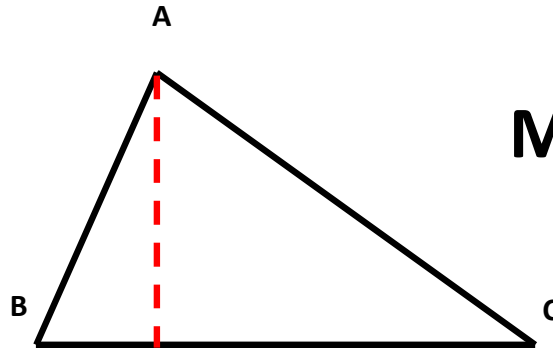
“Non sarò certo io a contestare una regola che tutti accettano!

Mi adeguo senz'altro.

Ma nessuno mi potrà mai convincere che se aggiungo la stessa quantità ai due membri di un'equazione, *non cambia niente!*”

Scena 8: Silvia

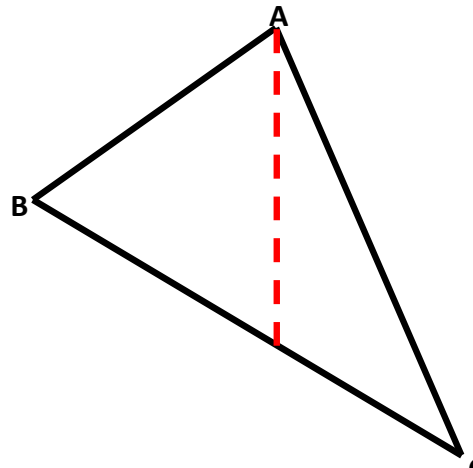
Disegna l'altezza relativa al vertice A.



MODELLO PRIMITIVO

INFLUENZA DEL LINGUAGGIO

- l'altezza di una persona
- ...di una casa
- ...di un ponte



INTERPRETAZIONE



L'apprendimento come attività costruttiva

- Misconcetti e modelli primitivi
- Linguaggio matematico e linguaggio quotidiano

LINGUAGGIO
MATEMATICO

LINGUAGGIO
QUOTIDIANO

A volte le difficoltà nascono da una sovrapposizione dei due linguaggi...

- altezza
- angolo, spigolo
- somma
- cifra
- ...

Scena 4: Marco

INVALSI, 5^a primaria, 2012-2013

D23. Quale dei seguenti numeri è più vicino a 100?

A. ☐ 100,010

B. ☐ 100,001

C. ☐ 99,909

D. ☒ 99,990

Marco sceglie la risposta D: 99,990

D23. Quale dei seguenti numeri è più vicino a 100?

A. ☐ 100,010

B. ☐ 100,001

43,9%

C. ☐ 99,909

D. ☐ 99,990

44,6%

“Allievi che non padroneggiano la scrittura decimale dei numeri.”

Nelle nostre sperimentazioni abbiamo chiesto:
Spiega come hai ragionato.

D23. Quale dei seguenti numeri è più vicino a 100?

A. ☐ 100,010

B. ☐ 100,001

43,9%

C. ☐ 99,909

D. ☐ 99,990

44,6%

“Non abbiamo considerato i numeri successivi a cento perché il numero più vicino a cento vuol dire che non c'è ancora arrivato.”

La riformulazione proposta dai bambini è:

“Quale di questi numeri, *andando avanti e indietro sulla retta dei numeri*, si avvicina di più a 100?”

LINGUAGGIO
MATEMATICO

LINGUAGGIO
QUOTIDIANO

A volte le difficoltà nascono da una sovrapposizione dei due linguaggi...

- altezza
- angolo, spigolo
- somma
- cifra
- ...

O dall'uso diverso dei connettivi e dell'implicazione

Connettivi

- 6 è un numero pari **e** divisibile per 3
- 6 è un numero divisibile per 3 **e** pari

...commutativo

- L'ho visto **e** ho cambiato strada.
- Ho cambiato strada **e** l'ho visto.

...non commutativo

Implicazione

- Se un numero è divisibile per 4 allora è divisibile per 2

- ~~• Se un numero non è divisibile per 4 allora non è divisibile per 2~~

- Se sei promosso ti compro il motorino.

- Se non sei promosso non ti compro il motorino.

Ma ci sono differenze più globali

Il ruolo del contesto:

- Altri linguaggi di accompagnamento del messaggio: il tono della voce, l'espressione del viso, la postura,
 - Le regole di comunicazione (la pragmatica)
- Il principio di cooperazione di Grice

Principio di cooperazione

Esempio:

A: Dov'è Carlo?

B: C'è una Volkswagen gialla davanti a casa di Anna.

In casi come questi l'ascoltatore per mantenere l'assunto di cooperazione fa delle inferenze:

implicature conversazionali

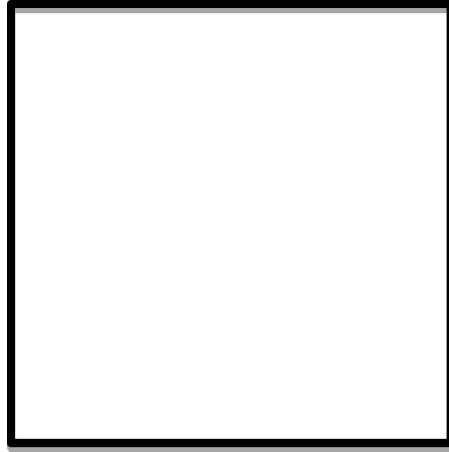
Ho buttato un uovo contro il muro e non si è rotto.

...cosa non si è rotto?

Ho buttato un sasso contro il vetro e non si è rotto.

...cosa non si è rotto?





Questa figura è un rettangolo?

In matematica:

Sì, perché il quadrato ha anche le proprietà del rettangolo, e quindi è un particolare rettangolo.

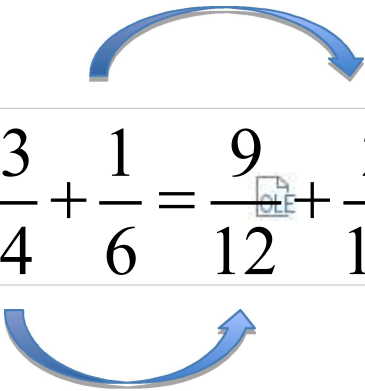
Nel linguaggio quotidiano non lo diremmo mai, perché tendiamo a dare più informazioni possibile.

Perché 'tacere' che è un quadrato, cioè qualcosa di più di un rettangolo?

OBIETTIVO IMPORTANTE

- ...che richiede tempi lunghi
- ma su cui è necessario lavorare fin dall'inizio
- Il linguaggio matematico dovrebbe essere percepito come un linguaggio utile e potente per affrontare e per risolvere problemi
- Rispetto al linguaggio quotidiano infatti:
 - è più conciso
 - è meno ambiguo
 - ma soprattutto sul linguaggio matematico, a differenza di quello che accade col linguaggio quotidiano, si possono fare trasformazioni (cioè operazioni di

Il trattamento


$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$$

La trasformazione di:

$$\frac{3}{4} \rightarrow \frac{9}{12}$$

$$\frac{1}{6} \rightarrow \frac{2}{12}$$

non corrisponde a esigenze comunicative:

ha invece la funzione di rendere chiaramente applicabile un algoritmo noto.

INTERPRETAZIONE



L'apprendimento come attività costruttiva

- Misconcetti e modelli primitivi
- Linguaggio matematico e linguaggio quotidiano
- Problemi e razionalità

Quale razionalità?

RAZIONALITÀ
MATEMATICA

RAZIONALITÀ
QUOTIDIANA

→ Howard Gardner: la teoria delle intelligenze multiple



differenti razionalità

PENSIERO
LOGICO - SCIENTIFICO

PENSIERO
NARRATIVO

affinità e differenze fra:

RAZIONALITÀ
MATEMATICA

RAZIONALITÀ
QUOTIDIANA

Jerome Bruner
differenti razionalità

PENSIERO LOGICO - SCIENTIFICO

PENSIERO NARRATIVO

si occupa di categorizzare la realtà, di ricercare cause di ordine generale, applicando argomentazioni dimostrative...

...ma appare inadeguato a interpretare fatti umani, cioè a mettere in relazione azioni e intenzioni, desideri, convinzioni e sentimenti, a coglierne il significato

L'interpretazione dei fatti umani è invece resa praticabile da un tipo differente di pensiero, che caratterizza una differente modalità di approccio al mondo

L'idea di *causalità* è centrale in entrambi
i tipi di pensiero

...ma nei due casi si tratta di tipi diversi di
causalità

‘Il termine «allora» riveste funzioni molto diverse nell’enunciato logico “se X, allora Y” e nel testo narrativo “il re morì e allora morì anche la regina”.

Nel primo caso esso allude a una ricerca delle condizioni universali di verità, nel secondo a probabili rapporti particolari fra due eventi: un dolore mortale, il suicidio o un delitto.’

...ma nei due casi si tratta di tipi diversi di
causalità
(Bruner, 1986)

Scena 3: Federica

La gita INVALSI, 2^a primaria, 2012-2013

Una classe di 9 maschi e 10 femmine, accompagnati dalla maestra Gianna e dalla maestra Luisa, sale sul pulmino per andare in gita.

Restano due posti liberi.

Quanti sono in tutto i posti a sedere per i viaggiatori sul pulmino?

A: 19

B: 21

C: 23

Federica sceglie la risposta B: 21

La gita INVALSI, 2^a primaria, 2012-2013

Una classe di 9 maschi e 10 femmine, accompagnati dalla maestra Gianna e dalla maestra Luisa, sale sul pulmino per andare in gita.

Restano due posti liberi.

Quanti sono in tutto i posti a sedere per i viaggiatori sul pulmino?

A: 19

B: 21

C: 23

36,2%

17,3%

Allievi che non sanno riconoscere la parola “due” come dato numerico, oppure...

...che non sanno riconoscere come informazione rilevante l'espressione “accompagnati dalla maestra Gianna e dalla maestra Luisa”

Nelle nostre sperimentazioni abbiamo chiesto: *Spiega come hai ragionato.*

La gita INVALSI, 2^a primaria, 2012-2013

Una classe di 9 maschi e 10 femmine, accompagnati dalla maestra Gianna e dalla maestra Luisa, sale sul pulmino per andare in gita.

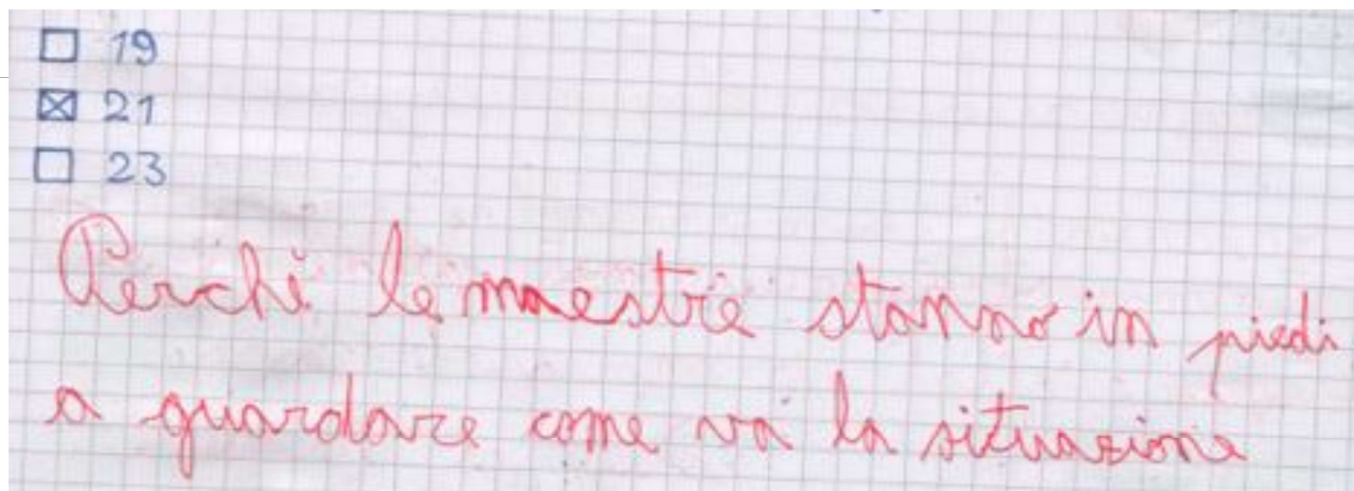
Restano due posti liberi.

Quanti sono in tutto i posti a sedere per i viaggiatori sul pulmino?

A: 19

B: 21

C: 23



Scena 10: Tommaso

PROBLEMA

Tre operai impiegano 6 ore a fare un certo lavoro.

Quanto tempo impiegheranno 2 operai a fare lo stesso lavoro?

Tommaso (4^a primaria):

Non riesco a immaginare la scena perchè non so che lavoro fanno.

Tre operai impiegano 6 ore a fare un certo lavoro.
Quanto tempo impiegheranno 2 operai a fare lo stesso lavoro?

Da una ricerca di D'Amore et al. (1995)

Ad allievi della scuola primaria e secondaria di 1° grado viene proposto il testo di un problema standard.

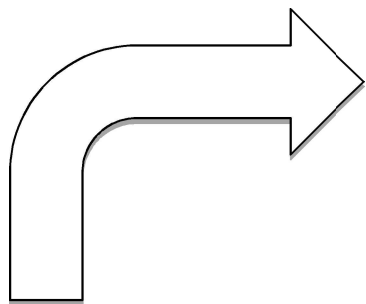
Si richiede agli allievi – senza risolverlo! – di riformularlo per proporlo ad altri allievi...

...nel modo che ritengono migliore perché altri lo possano capire

Tre operai impiegano 6 ore a fare un certo lavoro.
Quanto tempo impiegheranno 2 operai a fare lo stesso lavoro?

↓ gli allievi riformulano così

Tre operai fanno tutti i giorni un certo lavoro, tutti insieme, e ogni volta impiegano 6 ore.
Ma uno di loro si ammala e non va a lavorare.
Quel giorno, quindi, gli operai sono solo in 2, ma devono fare lo stesso lavoro.
Secondo te, impiegheranno più tempo o meno tempo?
Perché?
Calcola quanto tempo impiegheranno.



costruiscono una storia

gli allievi riformulano così

Tre operai fanno tutti i giorni un certo lavoro, tutti insieme, e ogni volta impiegano 6 ore.

Ma uno di loro si ammala e non va a lavorare.

Quel giorno, quindi, gli operai sono solo in 2, ma devono fare lo stesso lavoro.

Secondo te, impiegheranno più tempo o meno tempo?
Perché?

Calcola quanto tempo impiegheranno.

- non è un dato essenziale per risolvere il problema
- ...ma è essenziale per ***comprenderlo!***

Tre operai fanno tutti i giorni un certo lavoro, tutti insieme, e ogni volta impiegano 6 ore.

Ma uno di loro si ammala e non va a lavorare.

Quel giorno, quindi, gli operai sono solo in 2, ma devono fare lo stesso lavoro.

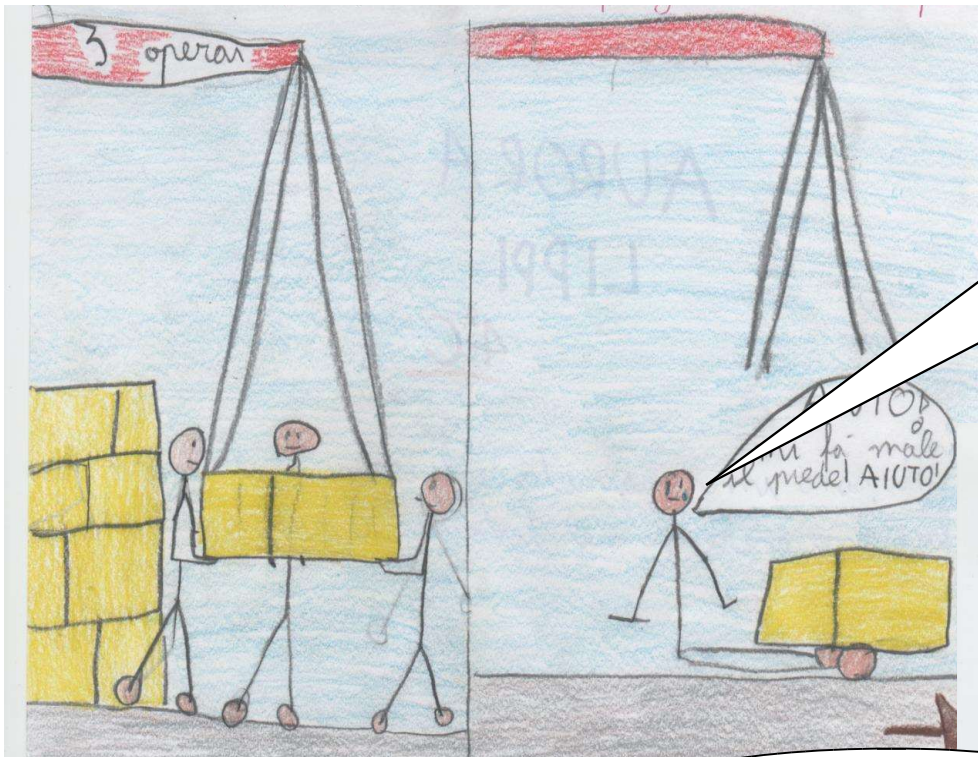
Secondo te, impiegheranno più tempo o meno tempo?
Perché?

Calcola quanto tempo impiegheranno

Tre operai...



Due operai allo *stesso lavoro*



AIUTO!
Mi fa male il
piede!
AIUTO!

POVERINO!
SI DEV'ESSERE
FATTO TANTO
MALE!

POVERO
GIACOMO



Non riesco a immaginare la scena perchè non so che lavoro fanno.

Non capisco come rispondere alla domanda perchè all'inizio gli operai sono tre, e poi sono due, non è spiegato molto bene.

Questo problema è troppo corto e non si riesce a capire bene quello che succede.

Le informazioni necessarie per comprendere il problema

Informazioni NARRATIVAMENTE RILEVANTI

$\neq$

Informazioni LOGICAMENTE RILEVANTI

Le informazioni necessarie per risolvere il problema

Scena 6: Filippo

L'età del capitano

Su una nave ci sono 26 pecore e 10 capre;
quanti anni ha il capitano?

$$26 + 10 = 36$$

Perché hai risposto così?

“Forse a ogni compleanno gli hanno regalato un animale.”

L'età del capitano

Su una nave ci sono 26 pecore e 10 capre;
quanti anni ha il capitano?

“Il capitano è morto.”

Perché hai risposto così?

Ho risposto “è morto” perché dal peso delle pecore la barca si ribalta e il capitano affoga.

Variazione sul tema...

Problema: In un prato ci sono 20 pecore, 7 capre, e 2 cani. Quanti anni ha il pastore?

'Ho fatto un ragionamento particolare: il pastore se ha due cani per così poche bestie uno dei due cani forse gli serve perché è non vedente. Quindi deduco che abbia sui 70-76 anni.'

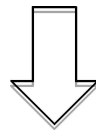
INTERPRETAZIONE

L'apprendimento come attività costruttiva

- Misconcetti e modelli primitivi
- Linguaggio matematico e linguaggio quotidiano
- Problemi e razionalità
- Convinzioni e atteggiamenti

MODELLO COSTRUTTIVISTA

- la conoscenza è in gran parte *costruita* dal discente
- l'individuo è soggetto attivo che interpreta l'esperienza
- il bambino fin da piccolo costruisce *convinzioni* sul mondo degli oggetti fisici, degli organismi viventi, degli esseri umani...



teorie ingenuie

C
O
N
V
I
N
Z
I
O
N
I

SU DI SÈ

SUL SUCCESSO IN MATEMATICA

SULLA MATEMATICA

C
O
N
V
I
N
Z
I
O
N
I

SU DI SÈ

C
O
N
V
I
N
Z
I
O
N
I

Scena 5: Azzurra

Trovare il perimetro di un rettangolo che ha la base di 12 cm e l'altezza di 8 cm.

Azzurra: 12×8

Ins.: 'Perché moltiplichi?'

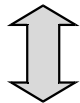
Azzurra:

'Divido?'

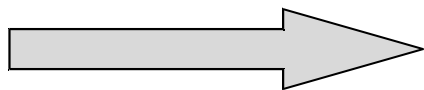
Dal tema: *Io e la matematica*

“Alle elementari non ero una grossa cima in matematica, quindi in 3^a elementare vidi che non ero brava e chiusi così la mia testa, dicendo che questa non faceva per me.” Azzurra

Esperienze fallimentari
ripetute



Confronto
con gli altri



Io non sono in grado
di riuscire in matematica



SCARSO SENSO
DI AUTOEFFICACIA

```
graph TD; A[SCARSO SENSO DI AUTOEFFICACIA] --> B[La matematica è incontrollabile]; B --> C[Rinuncia a pensare]; C --> D[NON RISPONDE]; C --> E[RISPONDE A CASO];
```

La matematica
è incontrollabile

Rinuncia
a pensare

NON
RISPONDE

RISPONDE
A CASO

L'età del capitano : variazioni sul tema

Problema: Su una nave ci sono 36 pecore, durante la traversata 10 muoiono affogate.

Quanti anni ha il capitano?

$36 - 10 = 26$ *Perché hai risposto così?*

‘Ho sbagliato perché pensavo che il numero delle pecore (26) combaciasse con gli anni del capitano ma il problema è che non mi fido di me stessa e mi fido della maestra.’

SU DI SE'

SUL SUCCESSO IN MATEMATICA

SULLA MATEMATICA

C
O
N
V
I
N
Z
I
O
N
I

SUL SUCCESSO IN MATEMATICA

C
O
N
V
I
N
Z
I
O
N
I

Scena 2: Scenetra

$$34 + 9 = 43$$

$$34 + 11 =$$

‘La bambina è in grado di eseguire l’algoritmo della addizione, ma *non è in grado* di mettere in relazione fatti aritmetici’

COMPETENZE

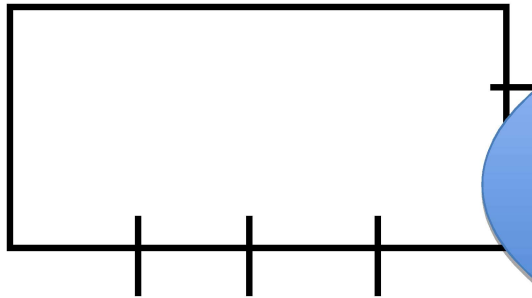
non possiamo mai concludere che un allievo
non ha competenze

C O N V I N Z I O N I

SULLA MATEMATICA

Scena 6: Alessandro

Trovare l'area di un rettangolo, sapendo che il perimetro è 126 cm, e l'altezza è $\frac{3}{4}$ della base.



A questo punto non mi ricordo più le regole...

...e non conclude

INDICAZIONI NAZIONALI
Dalla premessa alla Matematica

Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo.

La matematica è fatta di *regole*

- **è una visione distorta** della matematica
(visione *procedurale*):
 - enfasi sui prodotti invece che sui processi
 - sul ricordare invece che sul ragionare

VISIONE DISTORTA
DELLA MATEMATICA

```
graph TD; A[VISIONE DISTORTA DELLA MATEMATICA] --> B[La matematica è incontrollabile]; B --> C[Rinuncia a pensare]; C --> D[NON RISPONDE]; C --> E[RISPONDE A CASO];
```

La matematica
è incontrollabile

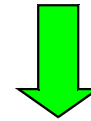
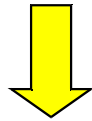
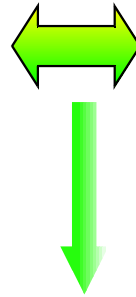
Rinuncia
a pensare

NON
RISPONDE

RISPONDE
A CASO

SCARSO SENSO
DI AUTOEFFICACIA

VISIONE DISTORTA
DELLA MATEMATICA



La matematica
è incontrollabile

FATALISMO



Rinuncia
a pensare

EMOZIONI

NON
RISPONDE

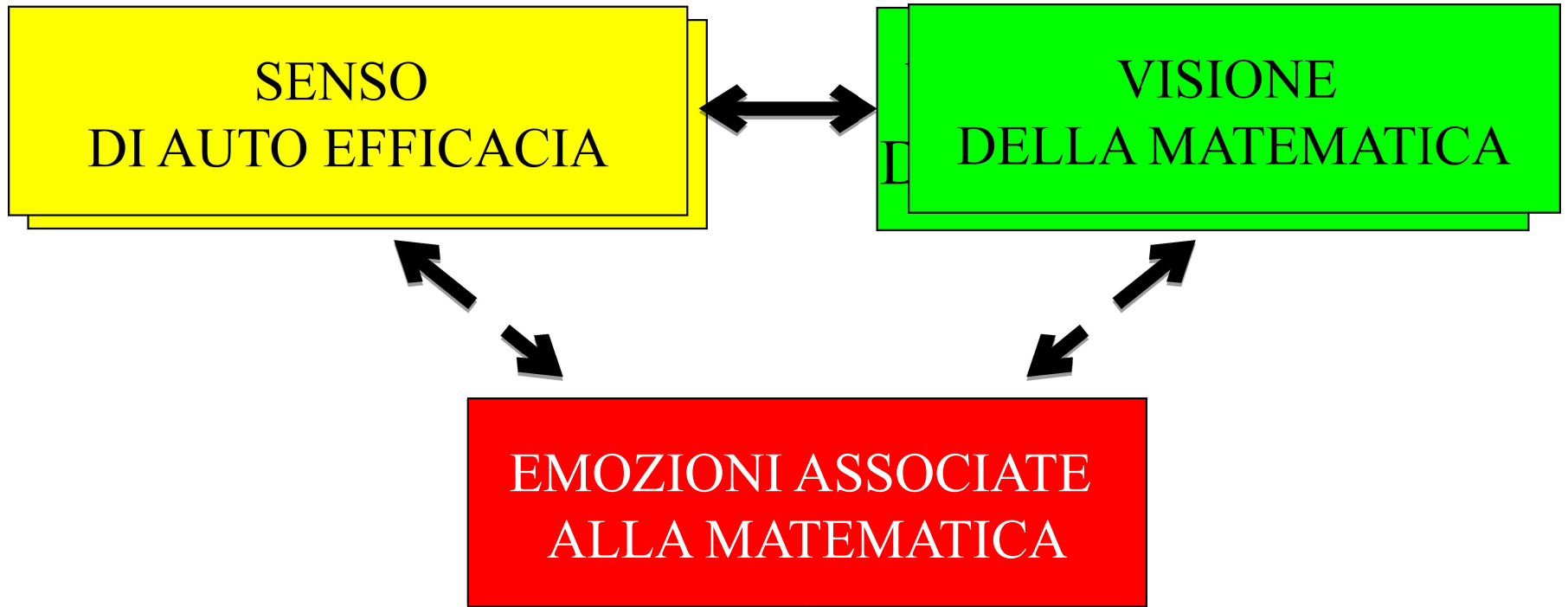
RISPONDE
A CASO

SCARSO SENSO
DI AUTOEFFICACIA

VISIONE DISTORTA
DELLA MATEMATICA

EMOZIONI NEGATIVE
ASSOCIATE
ALLA MATEMATICA

**ATTEGGIAMENTO NEGATIVO VERSO LA
MATEMATICA**



ATTEGGIAMENTO VERSO LA MATEMATICA

SENSO
DI AUTO EFFICACIA

VISIONE
DELLA MATEMATICA

È una 'definizione' costruttiva di atteggiamento perché suggerisce all'insegnante:

- cosa osservare
- in quale direzione intervenire

ATTEGGIAMENTO VERSO LA MATEMATICA

L'atteggiamento verso la matematica nelle Indicazioni Nazionali

I Traguardi per lo sviluppo delle competenze

```
graph TD; A[I Traguardi per lo sviluppo delle competenze] --> B[Scuola primaria]; A --> C[Secondaria di 1° grado]; B --> D[Sviluppa un atteggiamento positivo rispetto alla matematica...]; C --> E[Ha rafforzato un atteggiamento positivo rispetto alla matematica...];
```

Scuola primaria

Secondaria di 1° grado

Sviluppa un **atteggiamento positivo rispetto alla matematica**, attraverso esperienze significative, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato ad utilizzare siano utili per operare nella realtà.

Ha rafforzato un **atteggiamento positivo rispetto alla matematica** attraverso esperienze significative e ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà.

CONCLUSIONI

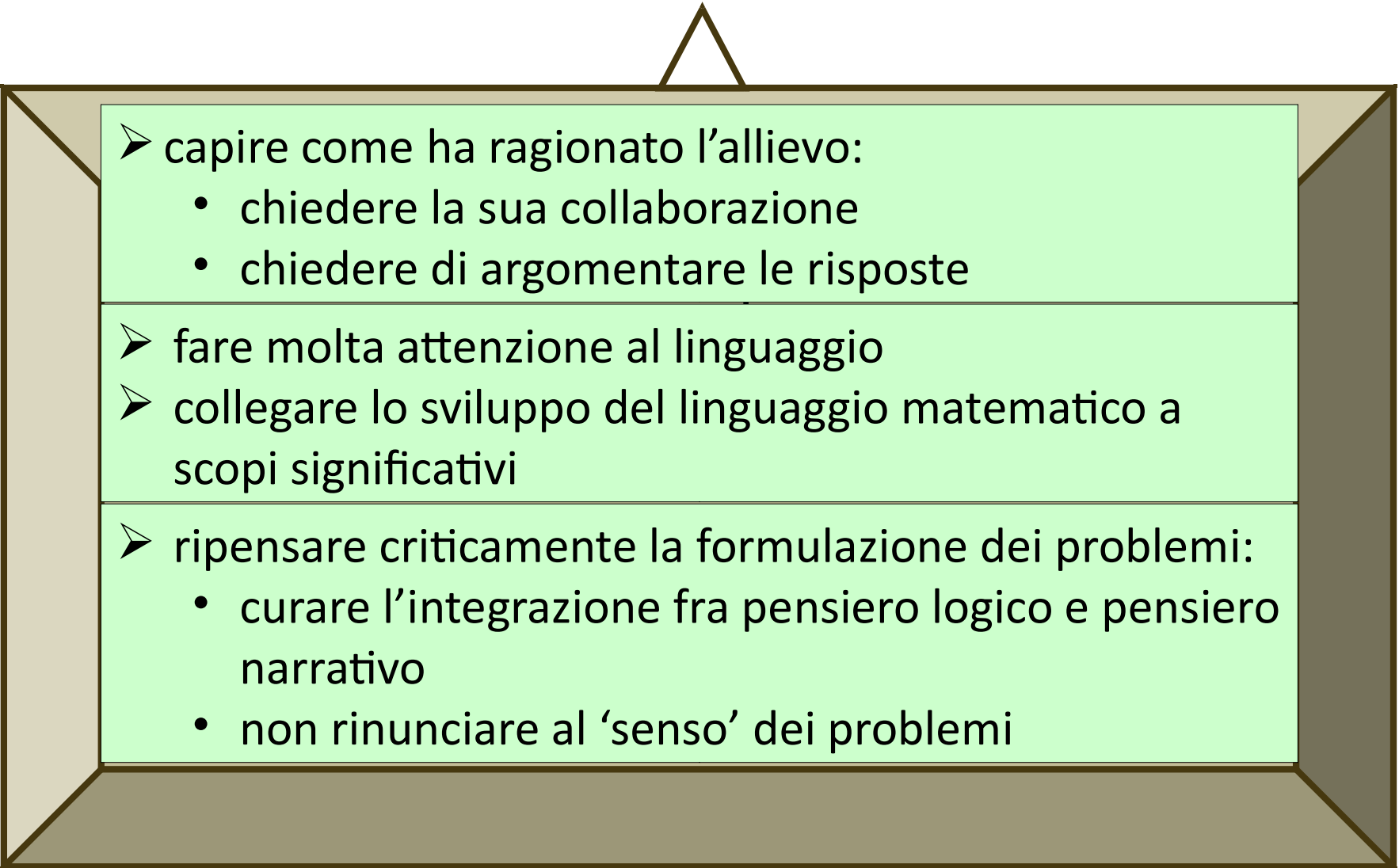
INTERPRETAZIONE



L'apprendimento come attività costruttiva

- Misconcetti e modelli primitivi
- Linguaggio matematico e linguaggio quotidiano
- Problemi e razionalità
- Convinzioni e atteggiamenti

INTERPRETAZIONE

- 
- capire come ha ragionato l'allievo:
 - chiedere la sua collaborazione
 - chiedere di argomentare le risposte
 - fare molta attenzione al linguaggio
 - collegare lo sviluppo del linguaggio matematico a scopi significativi
 - ripensare criticamente la formulazione dei problemi:
 - curare l'integrazione fra pensiero logico e pensiero narrativo
 - non rinunciare al 'senso' dei problemi

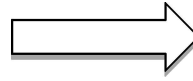
INTERPRETAZIONE



- Presentare la matematica come disciplina di processi, e non di prodotti
 - Valorizzare l'attività di problem solving
 - Incoraggiare
 - Valutare la prestazione, non la persona
 - Essere disponibili a modificare il proprio giudizio
 - Smitizzare / valorizzare l'errore
-
- Convinzioni e atteggiamenti

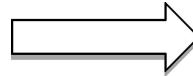
VISIONE DELLA MATEMATICA

PRODOTTI



PROCESSI

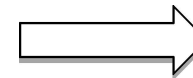
IL SUCCESSO
IN MATEMATICA



risposte corrette

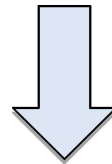
processi di pensiero
significativi

IL SENSO DI
AUTOEFFICACIA



convinzione di poter
dare la risposta giusta

consapevolezza di
poter pensare



USCIRE DAL TUNNEL DELLA VALUTAZIONE

PRODOTTI

risposte corrette

influenza
della valutazione

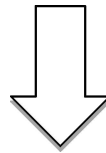
RIDUZIONE DELLA COMPLESSITÀ

spesso dettata dall'obiettivo di 'aiutare' lo studente

aumentare la probabilità di ottenere una risposta corretta

influenza
della valutazione

sulla paura di sbagliare
dell'allievo

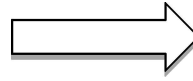


Tommaso, 1^a primaria

DEVO SEMPRE CANCELARE PER NON FARE
CAPIRE ALLA MAESTRA CHE NO HO
CANCELATO CANCELO MOLTO BENE

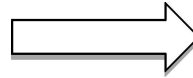
VISIONE DELLA MATEMATICA

PRODOTTI



PROCESSI

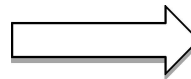
IL SUCCESSO
IN MATEMATICA



risposte corrette

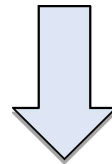
processi di pensiero
significativi

IL SENSO DI
AUTOEFFICACIA



convinzione di poter
dare la risposta giusta

consapevolezza di
poter pensare



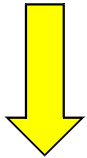
USCIRE DAL TUNNEL DELLA VALUTAZIONE

OBIETTIVO

**Valutare conoscenze
e
abilità**



**Costruire conoscenze,
abilità
e competenze**



la complessità viene vista come un ostacolo alla
produzione di risposte corrette



...un'adeguata complessità è necessaria per attivare
processi di pensiero significativi

USCIRE DAL TUNNEL DELLA VALUTAZIONE

GRAZIE!